

## Logaritmul unui număr real pozitiv. Proprietățile logaritmilor. CLASA a 10-a

**Definiție:** Se numește **logaritm** în baza  $a$  (unde  $a > 0$  și  $a \neq 1$ ) a numărului strict pozitiv  $b$ , exponentul puterii la care trebuie ridicat numărul  $a$  pentru a obține numărul  $b$ .

• **Se notează:**  $\log_a b$ . • **Se citește:**

1) logaritmul în baza  $a$  al numărului  $b$ ; 2) logaritmul numărului  $b$  în baza  $a$ ;  
3) logaritmul în baza  $a$  al lui  $b$ ; 4) logaritmul lui  $b$  în baza  $a$ .

• Numărul  $a$  se numește **baza** logaritmului;

• Numărul  $b$  se numește **argumentul logaritmului**;

• Numărul  $\alpha = \log_a b$  se numește logaritmul în baza  $a$  al numărului  $b$ .

• **Conform definiției:** a)  $\log_a b = \alpha \Leftrightarrow \begin{cases} a > 0 \\ a \neq 1 \\ b > 0 \\ a^\alpha = b \end{cases}$  b)  $a^x = b \Leftrightarrow \begin{cases} a > 0 \\ a \neq 1 \\ b > 0 \\ x = \log_a b \end{cases}$

• **Proprietățile logaritmilor:**

1)  $a^{\log_a b} = b$  (**formula condensată a logaritmilor**)

2)  $\log_a a = 1$ , unde  $a > 0$ ,  $a \neq 1$

3)  $\log_a 1 = 0$ , unde  $a > 0$ ,  $a \neq 1$

4)  $\log_a b^n = n \cdot \log_a b$ , ( $a > 0$ ,  $a \neq 1$ ,  $b > 0$ )

5)  $\log_{a^m} b = \frac{1}{m} \cdot \log_a b$

6)  $\log_a (x \cdot y) = \log_a x + \log_a y$ , unde  $x > 0$  și  $y > 0$  (**logaritmul produsului**)

7)  $\log_a \left( \frac{x}{y} \right) = \log_a x - \log_a y$ , unde  $x > 0$  și  $y > 0$  (**logaritmul câtului**)

8)  $\log_a b = \frac{1}{\log_b a}$  (**formula de trecere de la baza a la baza b**)

9)  $\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a}$  (**formula de trecere de la baza a la baza c**)

10)  $\log_a b = \frac{\log_{10} b}{\log_{10} a} = \frac{\log b}{\log a} = \frac{\lg b}{\lg a}$  (**formula de trecere de la baza a la baza 10**)

11)  $\log_a b = \frac{\log_e b}{\log_e a} = \frac{\ln b}{\ln a}$  (**formula de trecere de la baza a la baza e**)

12)  $n = \log_a a^n$ ;  $0 = \log_a 1$ ;  $1 = \log_a a$

13)  $\log_{10} b = \log b = \lg b$  se numește **logaritm zecimal** al numărului  $b$

14)  $\log_e b = \ln b$  se numește **logaritm natural** al numărului  $b$

15)  $a^{\log_c b} = b^{\log_c a}$

(Se aplică la rezolvarea unor ecuații și la demonstrarea unor identități).

**Obs:** Numărul irațional  $e = 2,71828182\dots$  se numește **numărul lui Euler**.