FIȘA DE LUCRU : INDUCȚIA MATEMATICĂ

***Metoda inducţiei matematice***

***Fie P(n) un predicat care depinde de numărul natural n. Dacă***

* P(0) este adevărată,
* Dacă pentru un număr k∈N , P(k) este adevărată ,atunci şi P(k+1) este adevărată;

atunci P(n) este adevărată pentru orice n∈N.

Astfel,demonstraţia prin metoda inducţiei matematice a unei afirmaţii P(n) , ,

constă în parcurgerea următoarelor două etape:

1. Etapa verificării (verificăm dacă afirmaţia este adevărată);
2. Etapa demonstraţiei(presupunem că afirmaţia este adevărată pentru

;atunci demonstrăm că şi afirmaţia P(k+1) este adevărată).

***Exemple uzuale rezolvate***

**Problema 1( o egalitate )**. Să se demonstreze că

+++………+=.

Soluţie. Notăm această afirmaţie cu P(n) ,

1. Pentru n=1 ,avem propoziţie adevărată.
2. Presupunem că P(k) este adevărată, k arbitrar, k>1

P(k):

;

Deci, P(k+1) este adevărată.

Conform principiului inducţiei matematice, P(n) este adevărată ,

**Problema 2(o inegalitate)** . Să se demonstreze că

.

Soluţie.Notând cu P(n) inegalitatea de demonstrat,parcurgem cele două etape:

1. Pentru n=2,P(2)
2. Presupunem că P(k) este adevărată(ipoteza inductivă).

În partea stângă a inegalităţii P(k+1) apar toţi termenii sumei din ipoteza P(k) fără ;

Adunând acest termen în ambii membri ,obţinem:

Deci e suficient să demonstrăm că

**Problema 3 (divizibilitate).** Să se demonstreze că

Soluţie.

1. Dacă n=0, P(0):”0⋮6”,afirmaţie adevărată;
2. Presupunem căVom demonstra:

Din ipoteza inductivă rezultă că există m∈N astfel încât

Atunci

Concluzie deci şi suma lor este divizibilă cu 6 q.e.d.